Approximationsalgorithmen

Wintersemester 2019/2020

Dr. Annamaria Kovacs
Dipl-Math. Mahyar Behdju

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Institut für Informatik
AG Algorithm Engineering

Übung 12

Ausgabe: 22.01.2020
Abgabe: 29.01.2020

Aufgabe 12.1. (3 Punkte)

Gegeben sei ein $\varepsilon > 0$. Definiere eine Instanz mit drei Strings (welche paarweise keine Teilstrings voneinander sind), für die der einfache Greedy-Superstring Algorithmus eine $(\frac{3}{2}-\varepsilon)$-approximative Lösung ausgibt.

Aufgabe 12.2. (6 Punkte)

Die Grundmenge X bestehe aus den natürlichen Zahlen von 1 bis 100. Welche der folgenden Mengensysteme $(\mathcal{M}, X)$ sind Matroide, welche nicht? Begründe jeweils kurz deine Antwort.
$\mathcal{M}$ besteht aus allen Teilmengen $Y \subseteq X$, die ...

a) ... maximal 33 Elemente enthalten.

b) ... die Zahl 1 enthalten.

c) ... nur gerade (oder keine) Zahlen enthalten.

d) ... entweder ausschließlich gerade Zahlen oder ausschließlich ungerade (oder keine) Zahlen enthalten.

e) ... mindestens eine gerade Zahl enthalten.

f) ... höchstens eine gerade Zahl enthalten.

Aufgabe 12.3. (2 + 2 + 2 Punkte)

Sei $G = (A, B, E)$ ein beliebiger fixierter bipartiter Graph (sodass jede Kante einen Endpunkt in A und einen Endpunkt in B hat). Welche der folgenden Mengensysteme sind Matroide? Begründe kurz deine Antwort.

a) $\{M \subseteq E \mid M \text{ ist ein Matching (unabhängige Kantenmenge)}\}$

b) $\{H \subseteq E \mid \text{jeder Knoten } a \in A \text{ ist Endknoten von höchstens einer Kante aus } H\}$

c) $\{Z \subseteq E \mid \text{jeder Knoten } a \in A \text{ ist Endknoten von höchstens zwei Kanten aus } Z\}$

Bitte wenden!

Aufgabe 12.4. (2 + 3 Punkte)

Gib jeweils einen **direkten** Beweis (d.h. ohne die Erwähnung von Greedy-Algorithmen) dafür an, dass in einem monotonen Mengensystem $(\mathcal{M}, X)$ ...

a) ... die Maximalitätseigenschaft aus der Ergänzungseigenschaft folgt.

b) ... die Ergänzungseigenschaft aus der Maximalitätseigenschaft folgt.

   Hinweis: Benutze eine geeignete „Zwischenmenge“ Z.

E-Mail: `{panni,mahyar}@ae.cs.uni-frankfurt.de`